

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 февраля 2023 года

Вариант МА2210309

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

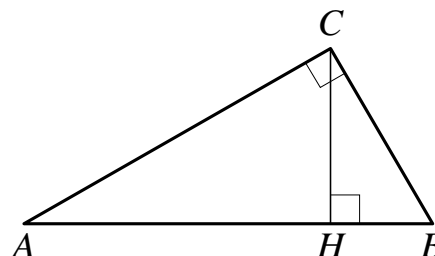
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

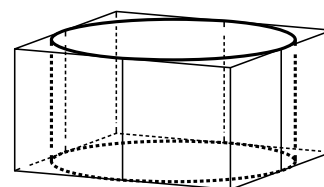
- 1 В треугольнике ABC угол C равен 90° ,
 CH — высота, $BC = 5$, $\cos A = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Найдите длину отрезка AH .



Ответ: _____.

- 2 Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Объём параллелепипеда равен 3,2. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: _____.

- 3 В группе 16 человек, среди них — Анна и Татьяна. Группу случайным образом делят на 4 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Анна и Татьяна окажутся в одной подгруппе.

Ответ: _____.

- 4 Агрофирма закупает куриные яйца только в двух домашних хозяйствах. Известно, что 40 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 60 % яиц высшей категории. В этой агрофирме 50 % яиц высшей категории. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение $\frac{x-1}{5x+11} = \frac{x-1}{3x-7}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

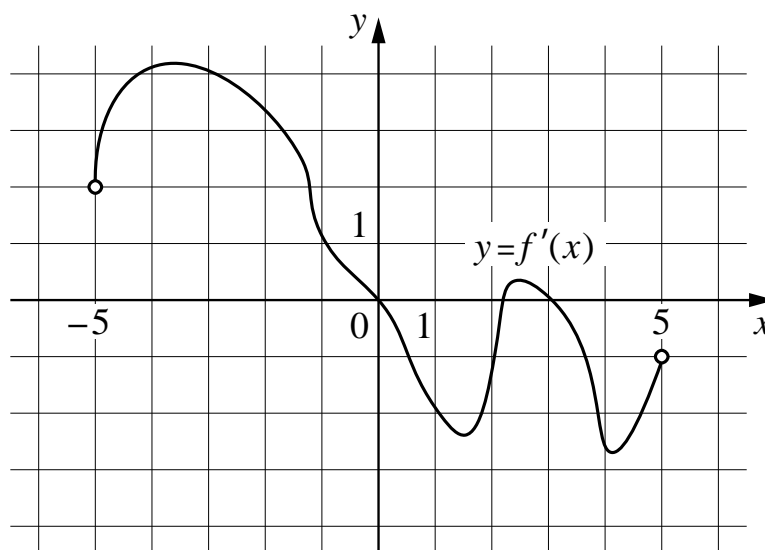
6

Найдите значение выражения $\frac{\left(4^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{3}}\right)^{15}}{28^9}$.

Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. В какой точке отрезка $[-4; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

8

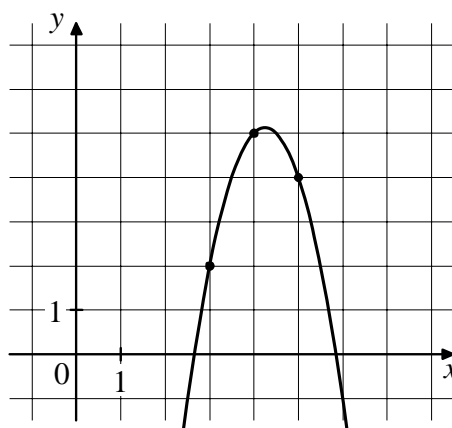
На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем $2\,116\,800 \text{ Н}$? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 9** Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 280 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-1)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 27x^2 + 13$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение $2\cos^3 x = -\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi; 4\pi]$.

- 13** Основанием правильной пирамиды $PABCD$ является квадрат $ABCD$. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.
а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .
б) Найдите площадь сечения пирамиды, если $AB = 30$.

- 14** Решите неравенство $\frac{9^x - 13 \cdot 3^x + 30}{3^{x+2} - 3^{2x+1}} \geq \frac{1}{3^x}$.

- 15** По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 13 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на целое число n процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

- 16** В треугольнике ABC медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.
а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 22$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 5a + 1)^2 + (y - 2a - 1)^2 = a - 2, \\ 3x - 4y = 2a + 3 \end{cases}$$

не имеет решений.

18 У Ани есть 800 рублей. Ей нужно купить конверты (большие и маленькие). Большой конверт стоит 32 рубля, а маленький — 25 рублей. При этом число маленьких конвертов не должно отличаться от числа больших конвертов больше чем на пять.

а) Может ли Аня купить 24 конверта?

б) Может ли Аня купить 29 конвертов?

в) Какое наибольшее число конвертов может купить Аня?

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 февраля 2023 года

Вариант МА2210310

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

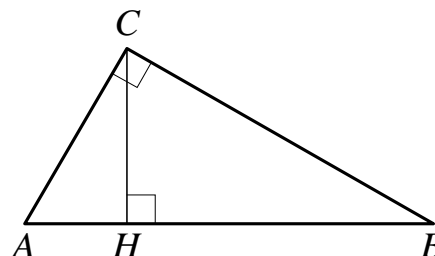
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

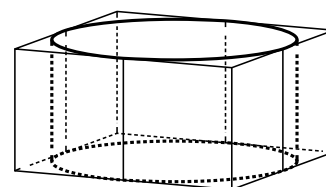
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 12$, $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$.
Найдите длину отрезка AH .



Ответ: _____.

- 2** Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 0,5. Объём параллелепипеда равен 1. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: _____.

- 3** В группе 21 человек, среди них — Иван и Елена. Группу случайным образом делят на 3 одинаковые по численности подгруппы. Найдите вероятность того, что Иван и Елена окажутся в одной подгруппе.

Ответ: _____.

- 4** Агрофирма закупает куриные яйца только в двух домашних хозяйствах. Известно, что 5 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 30 % яиц высшей категории. В этой агрофирме 15 % яиц высшей категории. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____.

- 5** Решите уравнение $\frac{x-3}{6x-1} = \frac{x-3}{4x-7}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

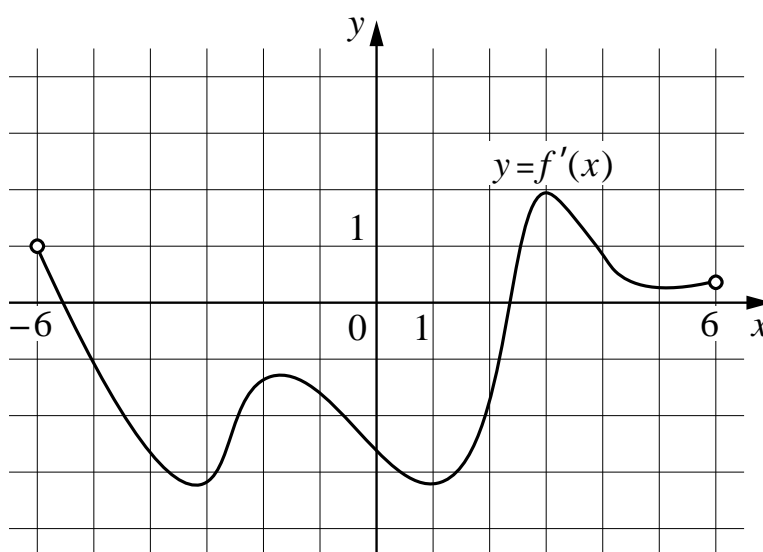
6

Найдите значение выражения $\frac{\left(3^{\frac{4}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{15^{12}}$.

Ответ: _____.

7

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

8

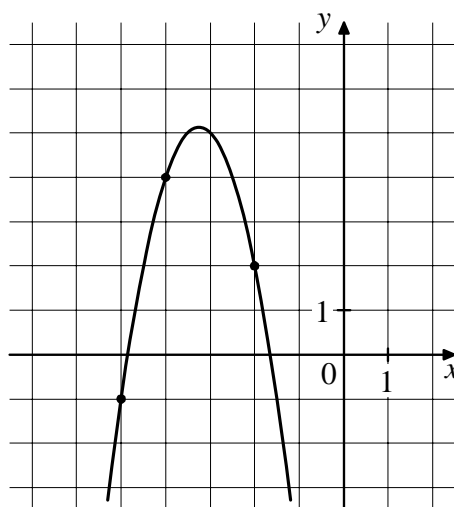
На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле $F_A = \rho g l^3$, где l — длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g = 9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем $3\,361\,400 \text{ Н}$? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 9** Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними равно 234 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 4 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 8 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(1)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 12x^2 + 11$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12** а) Решите уравнение $4\cos^3 x = \sin\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -2\pi]$.

- 13** Основанием правильной пирамиды $PABCD$ является квадрат $ABCD$. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.
а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .
б) Найдите площадь сечения пирамиды, если $AB = 60$.

- 14** Решите неравенство $\frac{3 \cdot 2^{2x} - 7 \cdot 2^{x+1} + 11}{2^{x+2} - 4^{x+1}} \geq \frac{1}{2^{x+1}}$.

- 15** По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 9 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 5 % в первый год и на целое число n процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

- 16** В треугольнике ABC медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.
а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 24$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 3a + 1)^2 + (y + 2a)^2 = a - 1, \\ 4x + 3y = a + 1 \end{cases}$$

не имеет решений.

18 У Ани есть 700 рублей. Ей нужно купить конверты (большие и маленькие). Большой конверт стоит 28 рублей, а маленький — 22 рубля. При этом число маленьких конвертов не должно отличаться от числа больших конвертов больше чем на пять.

а) Может ли Аня купить 25 конвертов?

б) Может ли Аня купить 29 конвертов?

в) Какое наибольшее число конвертов может купить Аня?

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 февраля 2023 года

Вариант МА2210311

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

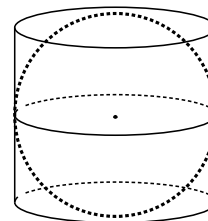
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 12, а отношение соседних сторон равно 1:3.



Ответ: _____.

- 2** Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 78. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

- 3** В магазине в среднем из 120 сумок 15 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется со скрытыми дефектами.

Ответ: _____.

- 4** Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 11 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 5 очков.

Ответ: _____.

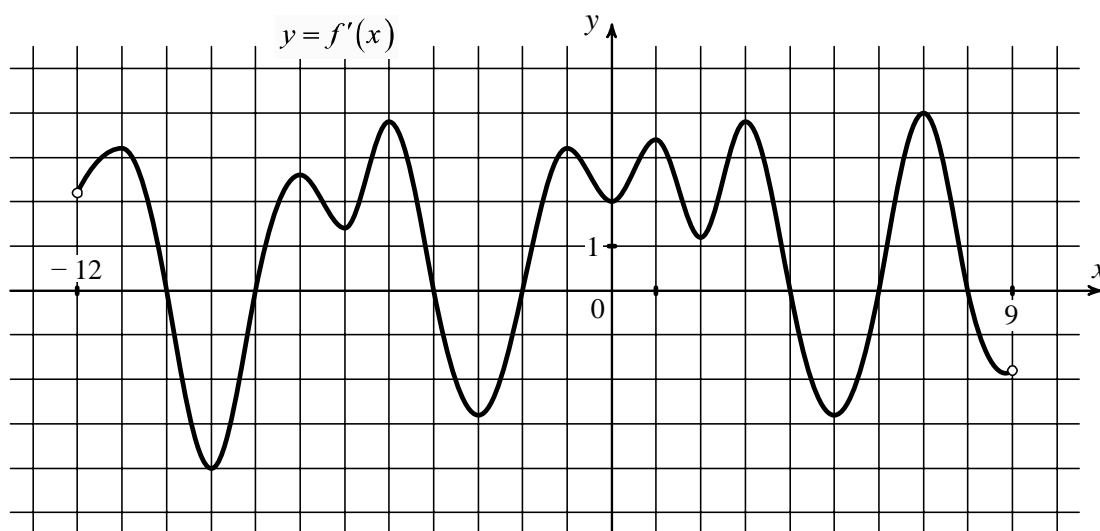
- 5** Решите уравнение $\sqrt{6x-5} = x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

6 Найдите $98\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{4}{7}$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-12; 9)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-9; 7]$.



Ответ: _____.

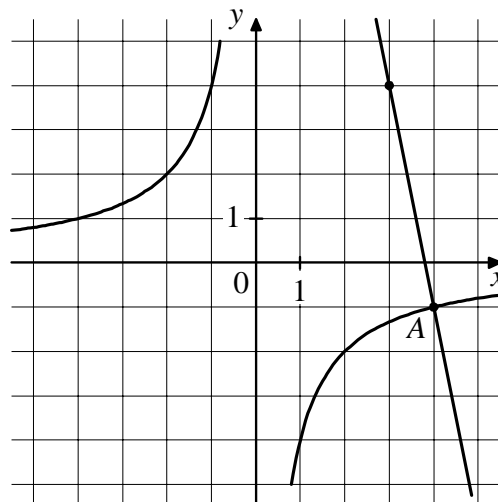
8 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 12t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

Ответ: _____.

9 Игорь и Паша, работая вместе, могут покрасить забор за 40 часов. Паша и Володя, работая вместе, могут покрасить этот же забор за 48 часов, а Володя и Игорь, работая вместе, — за 60 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроём?

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+6)^8 - 8x + 7$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $2\sin^3 x = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

13 Основанием правильной пирамиды $PABCD$ является квадрат $ABCD$. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды, если $AB = 24$.

14 Решите неравенство $\frac{4 \cdot 3^{2x} - 7 \cdot 3^{x+1} + 27}{3^{x+3} - 3^{2x+2}} \leq \frac{1}{3^{x+2}}$.

15 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 11 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 7 % в первый год и на целое число n процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

16 В треугольнике ABC медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 18$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 4a + 3)^2 + (y - 3a - 1)^2 = a - 4, \\ 4x - 3y = 2a + 5 \end{cases}$$

не имеет решений.

18 У Ани есть 400 рублей. Ей нужно купить конверты (большие и маленькие). Большой конверт стоит 22 рубля, а маленький — 17 рублей. При этом число маленьких конвертов не должно отличаться от числа больших конвертов больше чем на пять.

а) Может ли Аня купить 19 конвертов?

б) Может ли Аня купить 23 конверта?

в) Какое наибольшее число конвертов может купить Аня?

Тренировочная работа №3 по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

28 февраля 2023 года

Вариант МА2210312

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

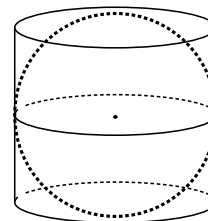
Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 96, а отношение соседних сторон равно 3:8.



Ответ: _____.

- 2** Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 90. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

- 3** В магазине в среднем из 150 сумок 18 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется со скрытыми дефектами.

Ответ: _____.

- 4** Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 2 очка.

Ответ: _____.

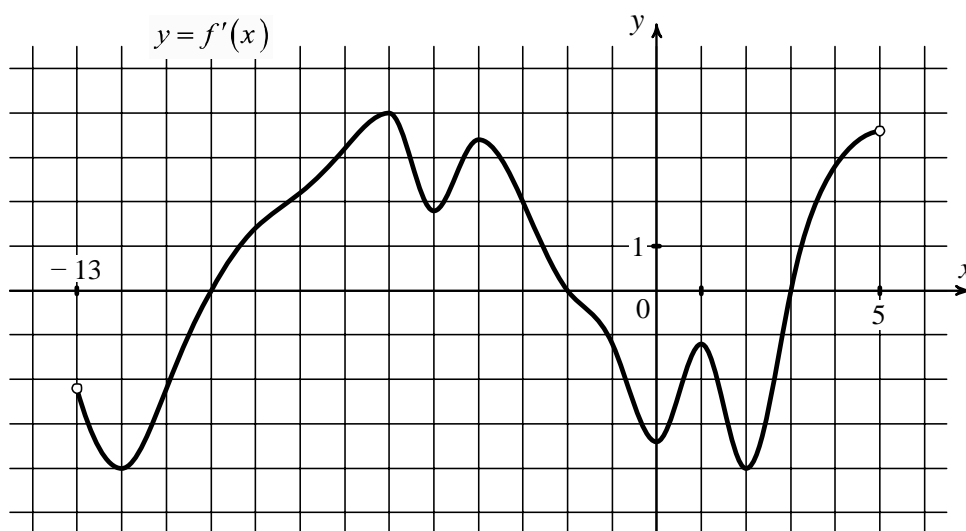
- 5** Решите уравнение $\sqrt{11x-28} = x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

6 Найдите $27 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5}{6}$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-13; 5)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-11; 4]$.



Ответ: _____.

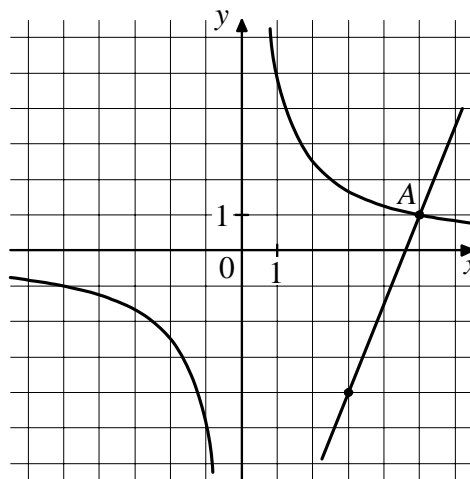
8 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 11 метров?

Ответ: _____.

9 Игорь и Паша, работая вместе, могут покрасить забор за 26 часов. Паша и Володя, работая вместе, могут покрасить этот же забор за 39 часов, а Володя и Игорь, работая вместе, — за 52 часа. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втрём?

Ответ: _____.

- 10** На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+5)^{11} - 11x + 5$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение $4\sin^3 x = 3\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

13 Основанием правильной пирамиды $PABCD$ является квадрат $ABCD$. Сечение пирамиды проходит через вершину B и середину ребра PD перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен 60° .

б) Найдите площадь сечения пирамиды, если $AB = 18$.

14 Решите неравенство $\frac{3 \cdot 2^{2x} - 25 \cdot 2^x + 8}{2^{x+4} - 2^{2x+1}} \leq -\frac{7}{2^x}$.

15 По вкладу «А» банк в конце каждого года планирует увеличивать на 16 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу «Б» — увеличивать эту сумму на 9 % в первый год и на целое число n процентов за второй год. Найдите наименьшее значение n , при котором за два года хранения вклад «Б» окажется выгоднее вклада «А» при одинаковых суммах первоначальных взносов.

16 В треугольнике ABC медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

а) Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.

б) Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 16$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 4a + 3)^2 + (y + 2a + 1)^2 = a - 3, \\ 3x + 4y = -a + 2 \end{cases}$$

не имеет решений.

18 У Ани есть 500 рублей. Ей нужно купить конверты (большие и маленькие). Большой конверт стоит 26 рублей, а маленький — 18 рублей. При этом число маленьких конвертов не должно отличаться от числа больших конвертов больше чем на пять.

а) Может ли Аня купить 22 конверта?

б) Может ли Аня купить 25 конвертов?

в) Какое наибольшее число конвертов может купить Аня?